Titel des Vortrages

Zum Preismodel einer reinen Arbeitsökonomie von Pasinetti

Jean-François Emmenegger*, Hassan Ahmed Nour Eldin**,
*ehemaliges Departement für Quantitative Wirtschaftsforschung,
Universität Freiburg,
Boulevard de Pérolles 90 - 1700 Fribourg, Schweiz,
e-mail : jean-francois.emmenegger@unifr.ch,
**Lehrstuhl für Automatisierungstechnik und Technische Kybernetik,
Universität Wuppertal, Deutschland,
eldin@uni-wuppertal.de

13. Online-Input-Output Workshop, 22.-24.3.2021

Adam Smith versus J. Maynard Keynes (2)

- Im Lehrbuch "Economics" (1995) von Paul Samuelson and William Nordhaus kann man lesen (S. 23) :
- "In einer Marktwirtschaft ist kein Individuum, keine Organisation verantwortlich für Produktion, Konsum, Verteilung und Preisbildung."
- Adam Smith (1776), Léon Walras (1874) : "Der Markt regelt Preise, Produktion, Verteilung der Güter, Arbeit. Es gibt keine freiwillige Arbeitslosigkeit."
- John Maynard Keynes (1936) stellte fest : "Es gibt unfreiwillige Arbeitslosigkeit. Die Märkte können disfunktionieren. Der Staat muss eingreifen, um das "Auf" und "Ab" in den konjunkturellen Zyklen auszugleichen."
- Adam Smith und Léon Walras $\Rightarrow$ **Marktpreise**, J. Maynard Keynes $\Rightarrow$ **natürliche Preise**, Sraffa (1960), Pasinetti (1993) **Produktionspreise**.

menschliches Lernen in reiner **Arbeitsökonomie** (3)

- An der Wurzel der industriellen Produktion stehen : die *Kapitalakkumulation* und *technologischer Fortschritt*.
- Pasinetti (1981, 1993) : "Wir leben in einer *Lerngesellschaft*"
- Lernprozesse sind eine Art Arbeit, sagt Pasinetti, die in *technologischen Fortschritt* münden.
- Pasinetti (1981, 1993) entwickelt das Konzept einer 'reinen Arbeitsökonomie' = *pure labour economy*. Er betrachtet die Arbeit, von den produzierten Waren und Dienstleistungen sieht er ab.
- **Menschliches Lernen** führt zum **technologischen Fortschritt** : Darstellung durch eine **reine Arbeitsökonomie**.
- Die Wirtschaft umfasst n Sektoren und produziert n Waren. Jeder Sektor produziert genau ein Gut (Gütergruppe), respektive genau eine Dienstleistung (Dienstleistungsgruppe).

Pasinetti Input-Output Tabellen (4)

Aufkommen Gütergruppen (CPA)	**Verwendung** Produktionsbereiche (NACE) S_1	S_2	...	S_j	...	S_n	pro Kopf Verwendung von Gütern und Dienstleistungen	physische Gütermengen
S_1	0	0	...	0	...	0	c_1	q_1
S_2	0	0	...	0	...	0	c_2	q_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_i	0	0	...	0	...	0	c_i	q_i
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_n	0	0	...	0	...	0	c_n	q_n
Arbeitsfaktoren	L_1	L_2	...	L_j	...	L_n	L	
gesamtes Aufkommen	x_1	x_2	...	x_j	...	x_n		

TABLE – reine Arbeitsökonomie (Pasinetti, 1993)

Das Pasinetti Preismodell (5)

- $\mathbf{S}$: Arbeitsflussmatrix (Warenflussmatrix bei Sraffa)

$$\boxed{\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{c} \\ -\mathbf{L}^T & 1 \end{bmatrix}}, \tag{1}$$

- Keine Güteranteile s_{ij} in der Flussmatrix $\mathbf{S}$.
- bestimmende Variablen : *Arbeitsaufwand* $\mathbf{L} = [L_1, ..., L_n]^T > \mathbf{o}$ und *per capita Verbrauch* $\mathbf{c} = [c_1, ..., c_n]^T > \mathbf{o}$
- Lösungsvariablen : *Produktionspreise* $\mathbf{p} = [p_1, ..., p_n]^T > \mathbf{o}$ und *produzierte Mengen* $\mathbf{q} = [q_1, ..., q_n]^T > \mathbf{o}$
- Arbeitsaufwand : $L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \mathbf{e}^T \mathbf{L}$, Lohnrate : $w = W/L$

$$\boxed{\begin{array}{c} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{c} \\ -\mathbf{L}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ L \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ L \end{bmatrix} = \mathbf{o} \quad \Leftrightarrow \mathbf{q} = L \cdot \mathbf{c}, \mathbf{L}^T \mathbf{q} = L \\ \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{L} \\ -\mathbf{c}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ w \end{bmatrix} = \mathbf{S}^T \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ w \end{bmatrix} = \mathbf{o} \Leftrightarrow \mathbf{p} = w \cdot \mathbf{L}, \mathbf{c}^T \mathbf{p} = w. \end{array}} \tag{2}$$

Das Pasinetti Preismodell (6)

Pasinetti schlägt folgendes Modell vor : zwei **lineare homogene Gleichungssysteme**, die je relative Grössen bestimmen.

Zuerst relative Quantitäten,

$$\mathbf{S}\begin{bmatrix}\mathbf{q}\\ L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & \dots & \dots & 0 & -c_1\\ 0 & 1 & \dots & \dots & 0 & -c_2\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & -c_n\\ -L_1 & -L_2 & \dots & \dots & -L_n & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_1\\ q_2\\ \dots\\ \dots\\ q_n\\ L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \dots\\ \dots\\ 0\\ 0\end{bmatrix}=\mathbf{o}, \tag{3}$$

dann relative Preise,

$$\mathbf{S}^T\begin{bmatrix}\mathbf{p}\\ w\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & \dots & \dots & 0 & -L_1\\ 0 & 1 & \dots & \dots & 0 & -L_2\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & -L_n\\ -c_1 & -c_2 & \dots & \dots & -c_n & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_1\\ p_2\\ \dots\\ \dots\\ p_n\\ w\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \dots\\ \dots\\ 0\\ 0\end{bmatrix}=\mathbf{o}. \tag{4}$$

Eine quadratische Matrix $\mathbf{A}$ ist *reduzibel*, wenn eine Permutationsmatrix existiert $\mathbf{P}$, so dass eine Nicht-Nullmatrix in einer Ecke ausgesondert werden kann.

$$\widetilde{\mathbf{A}}=\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}=\begin{bmatrix}\widetilde{\mathbf{A}}_{11} & \mathbf{0}\\ \widetilde{\mathbf{A}}_{21} & \widetilde{\mathbf{A}}_{22}\end{bmatrix}, \tag{5}$$

wobei $\widetilde{\mathbf{A}}_{11}$ und $\widetilde{\mathbf{A}}_{22}$ quadratische Untermatrizen sind, *reduzibel* oder *irreduzibel*, siehe Emmenegger & al., pp. 459–460.

Lösung linearer homog. Gleichungssystme (7)

- Die Determinante der Matrixgleichung gleich null ist,

$$\det(\mathbf{S}) = 1 - \sum_{i=1}^{n} c_i L_i = 1 - \mathbf{c}^T \mathbf{L} = 0. \tag{6}$$

- Die Lösungen : je zwei Geradengleichungen : $(\mathbf{q} = L \cdot \mathbf{c},\ \mathbf{p} = w \cdot \mathbf{L})$ und zwei Skalarprodukte $(\mathbf{L}^T \mathbf{q} = L,\ \mathbf{c}^T \mathbf{p} = w)$.
- Lösungen des Pasinetti-Preismodells der *reinen Arbeitsökonomie* sind affine Gleichungen,
- a) der Proportionalitätsfaktor L, der die gesamte Arbeitskraft der Wirtschaft darstellt, ermöglicht aus den periodischen Nachfragen c_i der Arbeitskräfte die periodisch produzierten Mengen q_i zu berechnen,
- b) Der Proportionalitätsfaktor w, der die Lohnrate beschreibt, ermöglicht die Preise p_i, die die Löhne der Arbeitskraft L_i jedes Sektors sind, zu berechnen,

$$\boxed{\begin{aligned} q_i &= L \cdot c_i, \\ p_i &= w \cdot L_i. \end{aligned}} \tag{7}$$

Das Pasinetti Polynom der Zustandsmatrix (8)

Wir analysieren die $(n+1) \times (n+1)$ Flussmatrix $\mathbf{S}$ (1) und bilden die Zustandsmatrix des Verbrauches

$$\mathbf{I_{n+1}} - \mathbf{S} = \mathbf{I}_{n+1} - \left[\begin{array}{cc} \mathbf{I}_n & -\mathbf{c} \\ -\mathbf{L}^T & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} \mathbf{O}_n & \mathbf{c} \\ \mathbf{L}^T & 0 \end{array} \right] := \mathbf{B}_*. \qquad (8)$$

Wir definieren das Pasinetti Polynom der Zustandsmatrix $\mathbf{B}_*$,

$$P_{n+1}(\lambda) = \mathrm{Det}(\mathbf{B}_* - \lambda \mathbf{I}_{n+1}), \qquad (9)$$

Das c-Schema (9)

c-Schema

$$\mathbf{S}\begin{bmatrix}\mathbf{q}\\ L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{I} & -\mathbf{c}\\ -\mathbf{L^T} & \mathbf{1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L\cdot\mathbf{c}\\ L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix}\mathbf{I} & -\mathbf{c}\\ -\mathbf{L}^T & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{c}\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} \quad (10)$$

Lemma 1 : *Der positive erweiterte Vektor des Verbrauchs per capita* $\mathbf{c}_* = \begin{bmatrix}\mathbf{c} & 1\end{bmatrix}^T$ *ist der rechte Perron-Frobenious Eigenvektor der nicht negativen Zustandsmatrix* $\mathbf{B}_*$ *zum FP-Eigenwert* $\lambda_F = 1$.

$$\mathbf{B}_* = \mathbf{I}-\mathbf{S} = \begin{bmatrix}\mathbf{0}_n & \mathbf{c}\\ \mathbf{L}^T & 0\end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \text{ wobei } \mathbf{S}\begin{bmatrix}\mathbf{c}\\ 1\end{bmatrix} = \mathbf{o},$$

$$\mathbf{B}_*\begin{bmatrix}\mathbf{c}\\ 1\end{bmatrix} = (\mathbf{I}-\mathbf{S})\begin{bmatrix}\mathbf{c}\\ 1\end{bmatrix} = \mathbf{I}\begin{bmatrix}\mathbf{c}\\ 1\end{bmatrix} - \mathbf{S}\begin{bmatrix}\mathbf{c}\\ 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{c}\\ 1\end{bmatrix} = \mathbf{c}_*,$$

$$\text{or} \quad \mathbf{B}_*\ \mathbf{c}_* = \mathbf{c}_*,$$

$$P_{n+1}(\lambda) = \mathrm{Det}(\mathbf{B}_* - \lambda\mathbf{I}_{n+1}) = \mathrm{Det}\begin{bmatrix}-\lambda & \mathbf{c}\\ \mathbf{L}^T & -\lambda\end{bmatrix} = \lambda^{n-1}\ (\lambda^2-1),$$

$$\lambda_{1,2} = \pm 1, \qquad \lambda_k = 0, \qquad k = 3,4,....,n-1. \quad (11)$$

Das L-Schema (10)

L-Schema

$$\mathbf{S}^T \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{L} \\ -\mathbf{c^T} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \cdot \mathbf{L} \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{L} \\ -\mathbf{c}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Lemma 2 : *Der positive erweiterte Vektor der Arbeitskoeffizienten* $\mathbf{L}_* = \begin{bmatrix} \mathbf{L} & 1 \end{bmatrix}^T$ *ist der linke Perron-Frobenious Eigenvektor der nicht negativen Zustandsmatrix* $\mathbf{B}_*$ *zum FP-Eigenwert* $\lambda_F = 1$.

$$\mathbf{B}_*^T = \mathbf{I} - \mathbf{S}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_n & \mathbf{L} \\ \mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \text{ wobei } \mathbf{S}^T \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{o},$$

$$\mathbf{B}_*^T \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{I} - \mathbf{S}^T) \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I} \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ 1 \end{bmatrix} - \mathbf{S}^T \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{L}_*,$$

$$\text{or} \quad \mathbf{B}_*^T \mathbf{L}_* = \mathbf{L}_* \Leftrightarrow \mathbf{L}_*^T \mathbf{B}_* = \mathbf{L}_*^T,$$

$$P_{n+1}(\lambda) = \mathrm{Det}(\mathbf{B}_* - \lambda \mathbf{I}_{n+1}) = \mathrm{Det} \begin{bmatrix} -\lambda & \mathbf{c} \\ \mathbf{L}^T & -\lambda \end{bmatrix} = \lambda^{n-1} (\lambda^2 - 1),$$

$$\lambda_{1,2} = \pm 1, \qquad \lambda_k = 0, \qquad k = 3, 4, ..., n-1. \quad (13)$$

Beispiel (11)

Beispiel : Wirtschaft mit $n = 4$ Sektoren (Landwirtschaft, Industrie, Erziehungswesen, Gesundheit) ; Arbeitsvektor $\mathbf{L} = \frac{1}{51}[50, 40, 60, 50]^T$ (Mannjahre) Vektor des Verbrauchs pro capita $\mathbf{c} = \frac{1}{10}[1, 3, 4, 2]^T$. Überprüfe : $\mathrm{Det}(\mathbf{S}) = 0$, berechne das Pasinetti Polynom $P_5(\lambda) = \mathrm{Det}(\mathbf{B}_* - \lambda \mathbf{I}_5)$ der Zustandsmatrix $\mathbf{B}_*$, (8), und ihre Eigenwerte und Eigenvektoren. Zeige, dass $\mathbf{B}_*$ irreduzierbar ist. Berechne die Gesamtarbeitskraft $L = \sum_{i=1}^{4} \mathbf{L}_i$, berechne den Vektor produzierter Güter $\mathbf{q} = L \cdot \mathbf{c}$. Betrachte zwei Finanzordnungen :

A) **Numéraire** $i = 1$: Setze $p_1 = 1$, berechne die Lohnrate w und den Preisvektor $\mathbf{p}$.

B) **Währung** CHF : Setze $p_1 = 5'000$ CHF, berechne die Lohnrate w, den Preisvektor $\mathbf{p}$, den Vektor produzierter Güter $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{p}}\mathbf{q}$ und den Wert des gesamten Outputs $X = \mathbf{e}^T\mathbf{x}$, sowie den Gesamtlohn $W = \mathbf{e}^T\mathbf{p}$.

Lösung des Beispiels (12)

Lösung : Determinante : $\mathrm{Det}(\mathbf{S}) = 0$ und nicht negative Zustandsmatrix $\mathbf{B}_* \geq \mathbf{0}$:

$$\det(\mathbf{S}) = 1 - \mathbf{c}^T\mathbf{L} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{c}^T\mathbf{L} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}\frac{1}{51}\begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \\ 50 \end{bmatrix} = 1,$$

$$\mathbf{B}_* = \mathbf{I} - \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \\ \frac{50}{51} & \frac{40}{51} & \frac{60}{51} & \frac{50}{51} & 0 \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}. \tag{14}$$

Pasinetti Polynom :

$$P_5(\lambda) = \mathrm{Det}(\mathbf{S}_* - \lambda\mathbf{I}_5) = \lambda^3(1-\lambda^2), \quad \lambda_F = 1, \quad \mathbf{B}_*\mathbf{c}_* = \lambda_F\mathbf{c}_*, \quad \mathbf{L}_*^T\mathbf{B}_* = \lambda_F\mathbf{L}_*^T. \tag{15}$$

$$(\mathbf{I} + \mathbf{B}_*)^4 = \begin{bmatrix} \frac{86}{51} & \frac{28}{51} & \frac{14}{17} & \frac{35}{51} & \frac{4}{5} \\ \frac{35}{17} & \frac{45}{17} & \frac{42}{17} & \frac{35}{17} & \frac{12}{5} \\ \frac{140}{51} & \frac{112}{51} & \frac{73}{17} & \frac{140}{51} & \frac{16}{5} \\ \frac{70}{51} & \frac{56}{51} & \frac{28}{17} & \frac{121}{51} & \frac{8}{5} \\ \frac{400}{51} & \frac{320}{51} & \frac{160}{17} & \frac{400}{51} & 8 \end{bmatrix} > \mathbf{0}. \tag{16}$$

Jeder Sektor ist unentbehrlich ! Es gibt nur BASISPRODUKTE (L. S. Pontrjagin) !

Lösung des Beispiels (13)

Eigenvektoren der Zustandsatrix $\mathbf{B}_*$, zum Perron-Frobenius Eigenwert $\lambda_F = 1$, :

$$\mathbf{c}_* = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_* = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \\ 0.4 \\ 0.2 \\ 1 \end{bmatrix} > \mathbf{o}, \quad \mathbf{L}_* = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_* = \frac{1}{51} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \\ 50 \\ 51 \end{bmatrix} > \mathbf{o}. \tag{17}$$

Der erweiterte Vektor des *Verbrauchs per capita* $\mathbf{c}_* = [\mathbf{c}, 1]^T$ und der erweiterte Vektor des *Arbeitskoeffizienten* $\mathbf{L}_* = [\mathbf{L}, 1]^T$ sind positive Perron-Frobenius Eigenvektoren der Zustandsmatrix $\mathbf{B}_*$, zum Frobenius Eigenwert $\lambda_F = 1$.
Wir berechnen die gesamte Arbeitskraft L,

$$L = \mathbf{e}^T \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{51} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \\ 50 \end{bmatrix} = \frac{200}{51}. \tag{18}$$

A) Wir betrachten den Fall des *numéraire*, $i = 1$, setzend für den Preis des Sektors der **Landwirschaftsprodukte**, $p_1 = 1$. Wir nehmen den *Arbeitskoeffizienten* $L_1 = (51/50)$ und berechnen die Lohnrate $p_1 = w \cdot L_1 = w \cdot (50/51) = 1 \Rightarrow w = 51/50$, den Preisvektor ergebend,

$$\mathbf{q} = L \cdot \mathbf{c} = \frac{200}{51} \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \\ 0.4 \\ 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{20}{51} \\ \frac{60}{51} \\ \frac{80}{51} \\ \frac{40}{51} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p} = w \cdot \mathbf{L} = \frac{51}{50} \cdot \frac{1}{51} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \\ 50 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}. \tag{19}$$

Lösung des Beispiels (14)

B) Wir betrachten die Finanzordnung mit der Währung CHF und setzen $p_1 = 5'000$ CHF für die Landwirtschaftsprodukte. Wir nehmen wieder den *Arbeitskoeffizienten* $L_1 = (51/50)$ und berechnen die Lohnrate $p_1 = w \cdot L_1 = 5'000 \Rightarrow w = 5'100$, ergebend den Preisvektor,

$$\mathbf{p} = w \cdot \mathbf{L} = 5'100 \cdot \frac{1}{51} \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 60 \\ 50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5'000 \\ 4'000 \\ 6'000 \\ 5'000 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

Dann berechnen wir den Vektor des totalen Outputs in monetären Termen,

$$\mathbf{x} = \hat{\mathbf{p}}\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 5'000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4'000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6'000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5'000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{20}{51} \\ \frac{60}{51} \\ \frac{80}{51} \\ \frac{40}{51} \end{bmatrix} = \frac{1}{51} \begin{bmatrix} 100'000 \\ 240'000 \\ 480'000 \\ 200'000 \end{bmatrix}. \tag{21}$$

Schliesslich berechnen wir den totalen Output

$$X = \mathbf{e}^T \mathbf{x} = \frac{1}{51} \cdot (100'000 + 240'000 + 480'000 + 200'000] = 20'000 \text{ CHF}, \tag{22}$$

identisch zum Gesamtlohn $W = \mathbf{e}^T \mathbf{p} = 20'000$ CHF. ▲

Schlussfolgerungen (15)

- L. L. Pasinetti entwickelte (1962–1993) eine **reine Arbeitsökonomie** für **"Lerngesellschaften"**.
- L. L. Pasinetti geht aus von einer n Sektoren Wirtschaft, die n Produkt- oder Dienstleistungsgruppen erstellt und strukturell durch eine Input-Output Matrix beschrieben wird, in der nur *Arbeits*- und *Verbrauchskoeffizienten* erscheinen.
- L. L. Pasinetti hat ein Preismodell entwickelt, in welchem die Preise gerade die Löhne der Arbeitnehmer sind.
- Das Preismodell von Pasinetti kann mathematisch so umgeformt werden, dass es durch die nicht negative $(n+1) \times (n+1)$ Matrix $\mathbf{B}_* = \mathbf{I} - \mathbf{S} \geq \mathbf{0}$ beschrieben wird.
- Die erweiterten Vektoren der Preise $\mathbf{p}_* = w \cdot [\mathbf{L} \;\; 1]^T$ und der produzierten Güter $\mathbf{q}_* = L \cdot [\mathbf{c} \;\; 1]^T$ sind Frobenius Eigenvektoren zum Frobenius Eigenwert $\lambda_F = 1$ von $\mathbf{B}_*$.
- Der Satz von Perron-Frobenius ist somit das Fundament, der *Preismodelle* sowohl von P. Sraffa wie von L. L. Pasinetti.